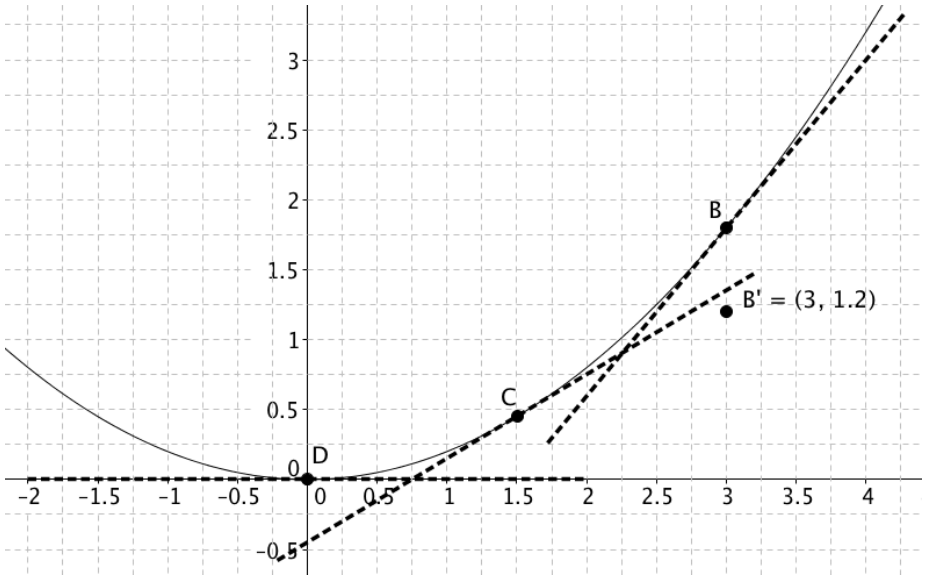
Die Tangentenidee an jeder x-beliebigen Stelle

Das Bild unten zeigt die Funktionsgleichung der Parabel $f(x) = 0{,}2 \cdot x^2$ und Tangenten an die Parabel in den Punkten B, C und D.
Bei x = 3 ist zusätzlich der Punkt B' eingetragen, dessen y-Koordinate die Steigung der Tangenten an der Stelle x = 3 ist.



a) Berechne die Steigung m_t der Tangenten an die Funktion f(x) an den Stellen x = 5, 4, 3, 2, 1, 0, -1, -2, ..., -5. Teilt euch die Arbeit auf!
b) Trage die Zahlenpaare

(x / m_t an der Stelle x)

aus a) wie beim Punkt B' als Punkte ins Koordinatensystem ein.
c) Berechne die Steigung m_t der Tangenten an die Funktion f(x) für jede beliebige Stelle x. Prüfe, ob der Term zum Graphen aus b) passt.

Den Term aus c) kann man als eine Funktion auffassen und nennt man „**Ableitungsfunktion von f(x)**“ oder kurz „**Ableitung von f**“ und benutzt das Symbol f '(x) (lies „f Strich von x“).

d) Berechne jeweils f '(x) zu $f_1(x) = 1 \cdot x^2$, $f_2(x) = 2 \cdot x^2$, $f_3(x) = 3 \cdot x^2$, ... Finde eine Regelmäßigkeit!

Höhere Potenzen mit dem GTR oder Geogebra

Statt $f(x) = x^2$, $2x^2$, $0{,}5x^2$ oder ähnliche Funktionsgleichungen mit x^2 zu betrachten, kann man natürlich auch Funktionsgleichungen mit x^3, x^4, x^5 oder … untersuchen.
Die Funktionsgleichungen oder Graphen zu diesen Potenzen nennt man

Parabeln vom Grad 3, 4, 5, ….

Vor der rechnerischen Untersuchung müssen diese gezeichnet werden, damit man in etwa eine Vorstellung der zugehörigen Graphen hat. Zeichne die 3 Graphen zu $f_1(x) = x^3$, $f_2(x) = 0{,}5x^3$ und $f_3(x) = 0{,}1x^3$

a) Zeichne die 3 Graphen zu $f_1(x) = x^4$, $f_2(x) = 0{,}5x^4$ und $f_3(x) = 0{,}1x^4$
b) Zeichne die 3 Graphen zu $f_1(x) = x^5$, $f_2(x) = 0{,}5x^5$ und $f_3(x) = 0{,}1x^5$
c) Experimentiere mit Funktionen zu höheren Potenzen x^6, x^7, x^8, …, x^n Beschreibe den „typischen“ Verlauf der Graphen in Abhängigkeit von n.