

Potenzen

Im Zusammenhang mit astronomischen Größen hat man es oft mit „Potenzen“ zu tun. Das ist eine besondere Art der Zahldarstellung, wie man sie schon oft benutzt hat: 3^2 oder 4^3 oder ... Die folgenden Aufgaben sind besonders einfach zu rechnen, wenn man sich die Mühe macht und ein klein wenig nachdenkt. Daher sollte jeder, der hierbei etwas lernen möchte auf die Benutzung des Taschenrechners für diese Aufgaben verzichten (zur Überprüfung der Ergebnisse ist er natürlich ausdrücklich erwünscht!).

Zur Erinnerung und Information:

Für alle natürliche Zahlen n gilt

$$\mathbf{a^n = a \cdot a \cdot \dots \cdot a}$$

(Produkt aus n Faktoren a)

Insbesondere ist

$$\mathbf{a^1 = a}$$

$$\mathbf{a^0 = 1} \quad \text{wenn } a \neq 0 \text{ ist.} \quad (\text{Der Ausdruck } 0^0 \text{ wird später analysiert})$$

Die Potenz „ a hoch n “:

$$\mathbf{a^n} \quad \leftarrow \text{Exponent } n$$

↑

Basis a

1. Work out these as ordinary numbers:

$$3^2, 2^3, 2^{10}, 3^1, 3^0, (-3)^1, (-3)^2, (-2)^3, (1/2)^0, (1/2)^1, (1/2)^3, (-1/2)^0, (-1/2)^1, (-1/2)^2, (-1/2)^3, (1,2)^2, (0,1)^3, 2002^0, 2002^1, 1^{10}, 1^0.$$

2. Write these products as powers:

a) $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$, $0,5 \cdot 0,5 \cdot 0,5 \cdot 0,5$, $(-5,2) \cdot (-5,2) \cdot (-5,2)$, $\left(2\frac{1}{3}\right) \cdot \left(2\frac{1}{3}\right) \cdot \left(2\frac{1}{3}\right) \cdot \left(2\frac{1}{3}\right)$

b) $b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b$, $x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x$, $k \cdot k \cdot \dots \cdot k$ (101 products of k), $m \cdot m \cdot \dots \cdot m$ (m products of m).

3. Gleich oder verschieden?

4^3 and $4 \cdot 3$,

b) $(-2)^3$ and $3 \cdot (-2)$

4^3 and 3^4

$(-2)^3$ and $(-2) \cdot (-2) \cdot (-2)$

4^3 and $4 \cdot 4 \cdot 4$

$(-2)^3$ and $(-3)^2$

4. Calculate

a) $3 \cdot 10^1$ (This tells us how many kilometres the earth travels around the sun in one second. Explain why.)

b) $30 \cdot 60^2$ (This is how far in km the earth travels around the sun in one hour. Explain why.)

5. Calculate these. Take care what to calculate first in each case:

a) $3^2 - (2+10,5)^0$

b) $(2 + 5^0 - 1,5)^2$

c) $4^2 - (0,5)^2$

d) $-5^3 + (-5)^3 - (2+7)^1$

e) $(-3)^2 : 2$

f) $-10^2 + (0,1)^2$

g) $3 \cdot (2^2 + 1)^2 + (0,2)^2$

h) $\frac{-2^3}{5} - 1^5$

i) $\left[\left(\frac{1}{7} \right)^2 - \frac{5}{7} \right]^0 + \left(\frac{4}{7} \right)^2$