



Name: _____

Abiturprüfung 2010

Mathematik, Leistungskurs

Aufgabenstellung:

An einer Autobahnbaustelle wird die Stauentwicklung im Berufsverkehr untersucht. Aus den erhobenen Messdaten wird die **momentane Änderungsrate** der Staulänge (stark vereinfacht) durch die Funktionenschar f_a mit der Gleichung

$$f_a(t) = \frac{3}{4}t^3 - \frac{9}{4}at^2 + \frac{3}{2}a^2t, \quad 0 \leq t \leq 2a,$$

modelliert (t in Stunden, $f_a(t)$ in Kilometern **pro Stunde**), wobei $a > 0$ ein Wert ist, der vom Verkehrsaufkommen abhängt. Um 6.00 Uhr ($t = 0$) beginnen sich die Fahrzeuge zu stauen. Für $a = 2$ ist der Graph von f_a in *Abbildung 1* dargestellt.

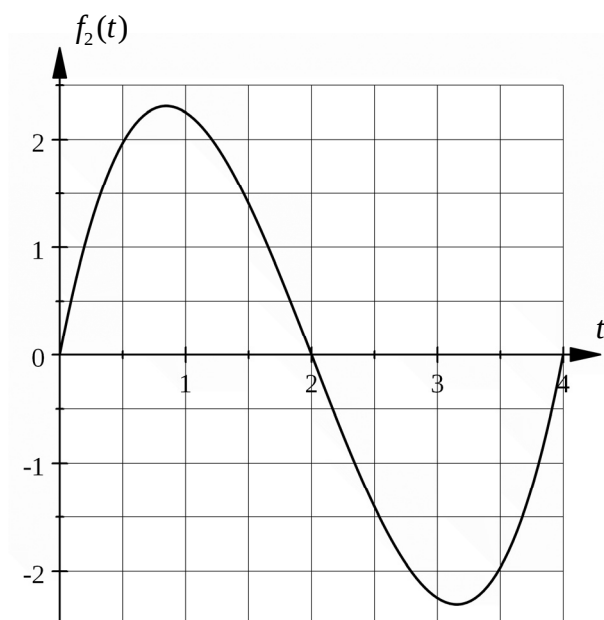


Abbildung 1



Name: _____

- a) Berechnen Sie die Nullstellen von f_a und erklären Sie die Bedeutung positiver und negativer Funktionswerte von f_2 im Sachzusammenhang. (6 Punkte)
- b) Bestimmen Sie in Abhängigkeit von a , zu welchem Zeitpunkt die Länge des Staus am schnellsten zunimmt und zu welchem Zeitpunkt sie am schnellsten abnimmt, und geben Sie die Uhrzeiten für $a = 2$ an. (14 Punkte)
- c) (1) Bestimmen Sie einen Term für die Staulänge zum Zeitpunkt t , $0 \leq t \leq 2a$, in Abhängigkeit von a und berechnen Sie die Staulänge um 9.00 Uhr für $a = 2$.
- (2) Bestimmen Sie den Wert von a , für den zum Zeitpunkt $t = \frac{a}{2}$ die Staulänge 6 km beträgt.
- (3) Bestimmen Sie den Zeitpunkt in Abhängigkeit von a , zu dem die Staulänge ihr Maximum erreicht, und berechnen Sie diese maximale Staulänge für $a = 2$. (20 Punkte)



Name: _____

d) An einem bestimmten Tag beginnt der Stau um 6.00 Uhr ($t = 0$) und endet um 10.00 Uhr ($t = 4$).

- (1) Begründen Sie, warum es nicht möglich ist, die momentane Änderungsrate der Staulänge an diesem Tag durch die (differenzierbare) Funktion g zu modellieren, deren Graph in Abbildung 2 dargestellt ist.
- (2) Ermitteln Sie eine notwendige Bedingung, die jede (differenzierbare) Funktion h , die die momentane Änderungsrate der Staulänge an diesem Tag sinnvoll modelliert, erfüllen muss. (10 Punkte)

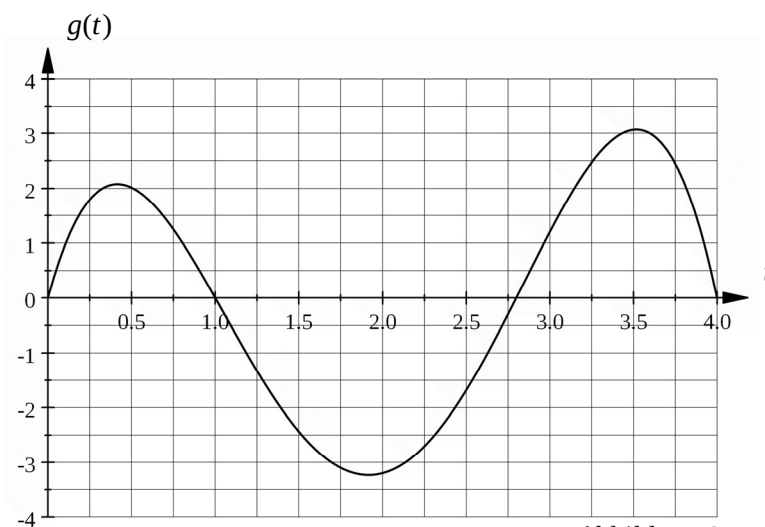


Abbildung 2

Zugelassene Hilfsmittel:

- Wissenschaftlicher Taschenrechner (ohne oder mit Grafikfähigkeit)
- Mathematische Formelsammlung
- Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung