



Name: _____

Abiturprüfung 2012

Mathematik, Leistungskurs

Aufgabenstellung:

Erhöhte Ozonkonzentrationen können beim Menschen Reizungen der Atemwege, Husten, Kopfschmerzen und Atembeschwerden bis hin zu Einschränkungen der Lungenfunktion und Lungenkrankheiten hervorrufen. Ihr Ausmaß wird hauptsächlich durch die Aufenthaltsdauer in der ozonbelasteten Luft bestimmt. Befindlichkeitsstörungen wie Reizerscheinungen an Augen und Schleimhäuten werden vor allem durch Begleitstoffe des Ozons (im Sommer-smog) hervorgerufen.

In einer Prognose für den kommenden Tag wird die Ozonkonzentration in einer Stadt zwischen 7 Uhr ($t = 0$) und 21 Uhr ($t = 14$) durch die Funktion f mit der Funktionsgleichung

$$f(t) = 0,06 \cdot (0,25t^4 - 10,6t^3 + 101,2t^2) + 55, \quad 0 \leq t \leq 14,^1$$

und in einer ländlichen Region für denselben Zeitraum durch die Funktion g modelliert. (t in Stunden; $f(t), g(t)$ in $\mu\text{g}/\text{m}^3$)

Die Graphen von f und g sind in der *Abbildung* auf Seite 2 dargestellt.

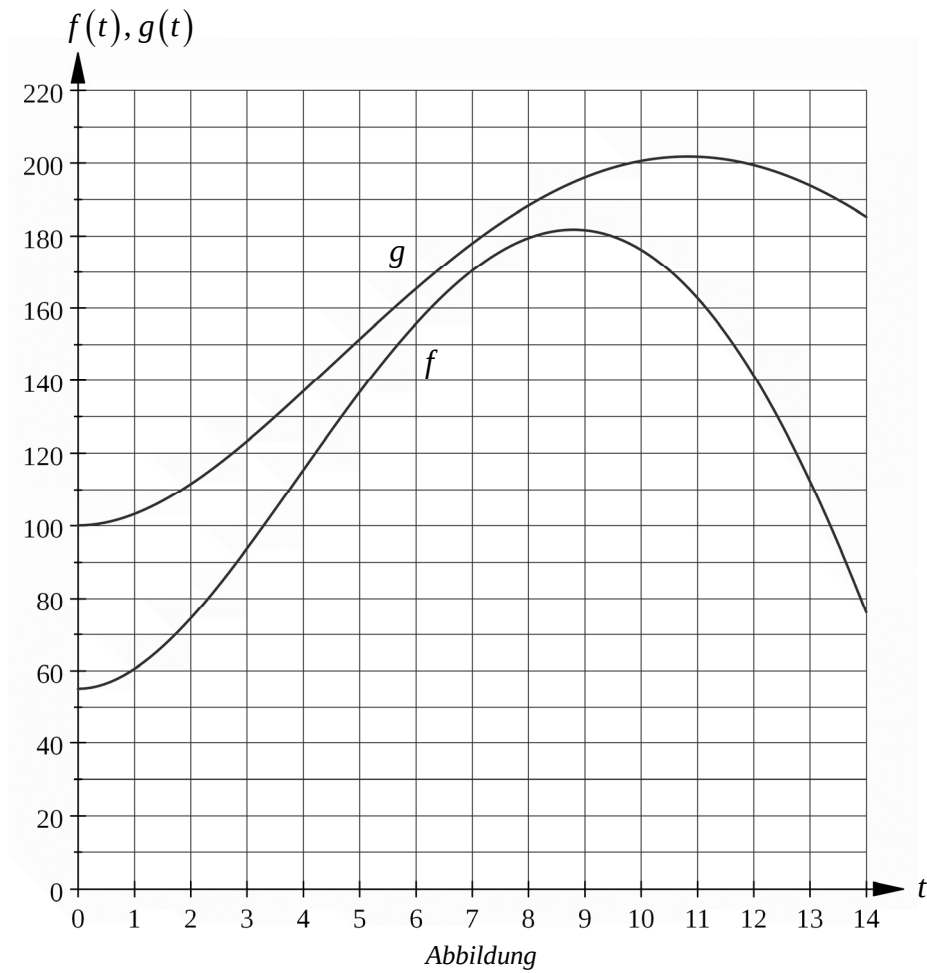
(t -Achse: 1 LE entspricht 1 Stunde; $f(t)$ -, $g(t)$ -Achse: 1 LE entspricht 1 $\mu\text{g}/\text{m}^3$)

- a) (1) *Vergleichen Sie die Graphen von f und g im gegebenen Sachzusammenhang.*
- (2) *Geben Sie die Ozonkonzentrationen in der Stadt zu den Zeitpunkten 7 Uhr und 21 Uhr nach dem Prognosemodell an.*
- (3) *Bestimmen Sie den Zeitpunkt, an dem die höchste Ozonkonzentration in der Stadt prognostiziert wird, und berechnen Sie die höchste Ozonkonzentration.*
- (15 Punkte)

¹ Die Funktion f ist für alle $t \in \mathbf{R}$ definiert, wird aber nur für $0 \leq t \leq 14$ zur Modellierung verwendet.



Name: _____





Name: _____

Bei einer Ozonkonzentration von mindestens $180 \mu\text{g}/\text{m}^3$ muss die Bevölkerung über die Medien über die Ozonbelastung informiert werden.

b) (1) Am kommenden Tag wird in der Stadt eine Ozonkonzentration von mindestens $180 \mu\text{g}/\text{m}^3$ während eines Zeitraumes von mehr als einer Stunde prognostiziert.

Begründen Sie dies unter Verwendung geeigneter Funktionswerte.

(2) *Ermitteln Sie die Zeitpunkte, an denen die Ozonkonzentration in der Stadt am stärksten zu- und am stärksten abnimmt.*

(3) *Bestimmen Sie die durchschnittliche Ozonkonzentration zwischen 7 und 21 Uhr.*

(4) *Begründen Sie, dass die Fortsetzung der Funktion f auf das Intervall $[0; 24]$ zur Prognose der Ozonkonzentration nicht geeignet ist.*

(22 Punkte)

Ein Prognosemodell aus der Schweiz zur Berechnung der **maximalen** Ozonkonzentration des folgenden Tages lautet:

$$O_m = 0,25 \cdot O_h + 5,5 \cdot T_m - 40.$$

O_m : Maßzahl der maximalen Ozonkonzentration (in $\mu\text{g}/\text{m}^3$), die für den morgigen Tag prognostiziert wird

O_h : Maßzahl der maximalen Ozonkonzentration (in $\mu\text{g}/\text{m}^3$) am heutigen Tag

T_m : Maßzahl der maximalen Temperatur (in $^\circ\text{C}$), die für den morgigen Tag prognostiziert wird

Heute betrug die maximale Ozonkonzentration $120 \mu\text{g}/\text{m}^3$.

c) *Bestimmen Sie, welche Tageshöchsttemperatur für den nächsten Tag prognostiziert werden müsste, damit nach dem Schweizer Prognosemodell ein Ozonhöchstwert von $180 \mu\text{g}/\text{m}^3$ prognostiziert wird.*

(4 Punkte)



Name: _____

Das erste Prognosemodell soll zwischen 7 Uhr ($t = 0$) und 21 Uhr ($t = 14$) auf die Funktion

$f_{a;b}$:

$$f_{a;b}(t) = 0,06 \cdot (0,25t^4 - 10,6t^3 + a \cdot t^2) + b, \quad 0 \leq t \leq 14 \text{ und } a, b > 0,$$

erweitert werden.

Im Verlauf eines Tages treten die höchsten Ozonwerte in Städten normalerweise in den Nachmittagsstunden zwischen 14 und 17 Uhr auf.

d) Es sei $a \leq 125$. In diesem Fall besitzt der Graph von $f_{a;b}$ genau ein relatives Maximum für $0 < t < 14$.

Bestimmen Sie, für welche Werte von $a \leq 125$ das Ozonmaximum zwischen 14 und 17 Uhr liegt.

(9 Punkte)

Zugelassene Hilfsmittel:

- Wissenschaftlicher Taschenrechner (ohne oder mit Grafikfähigkeit)
- Mathematische Formelsammlung
- Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung