



Name: _____

Abiturprüfung 2009

Mathematik, Leistungskurs

Aufgabenstellung

Auf einen Quader mit der Grundfläche in der x_1 - x_2 -Ebene ist eine Pyramide mit folgenden Eckpunkten aufgesetzt: $A(3|-3|7)$, $B(3|3|7)$, $C(-3|3|7)$, $D(-3|-3|7)$ und $S(0|0|13)$ (siehe nebenstehende Abbildung).

a) Die Dreiecksfläche BCS liegt in einer Ebene E_1 .

(1) Berechnen Sie eine Gleichung der Ebene E_1 in Normalenform.

[Zur Kontrolle: $E_1 : 2x_2 + x_3 - 13 = 0$]

(2) Eine von einem Punkt $M(0|7|15)$ ausgehende Gerade, die in Richtung

$\begin{pmatrix} 0 \\ -2,5 \\ -5 \end{pmatrix}$ zeigt, durchstößt die Ebene

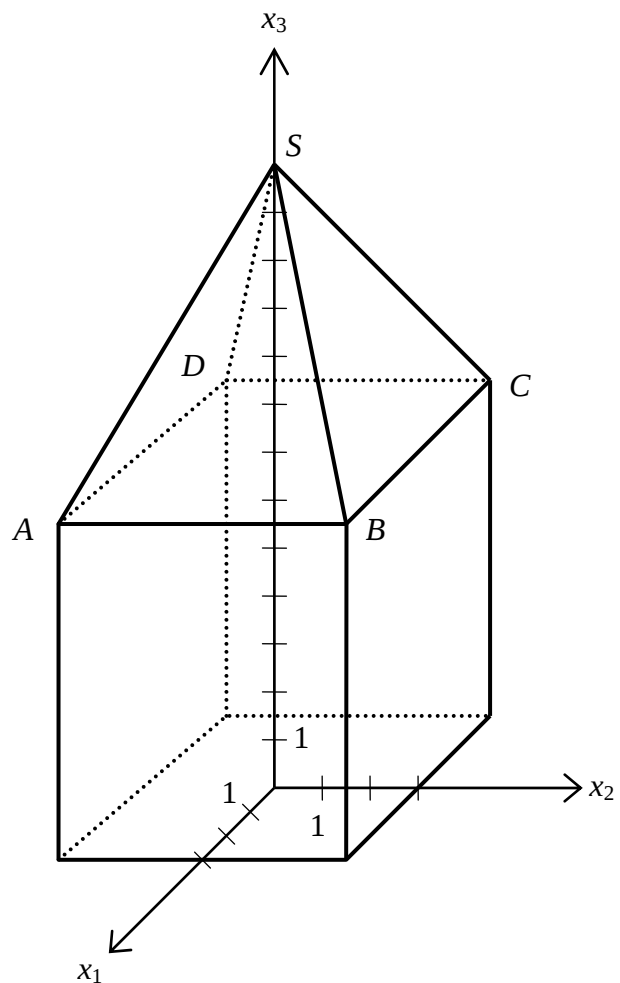
E_1 im Punkt M^* .

Ermitteln Sie die Koordinaten des Punktes M^* der Ebene E_1 und

zeichnen Sie die Punkte M und M^*

und deren Verbindungslinie in die obenstehende Abbildung der Pyramide ein.

(15 Punkte)





Name: _____

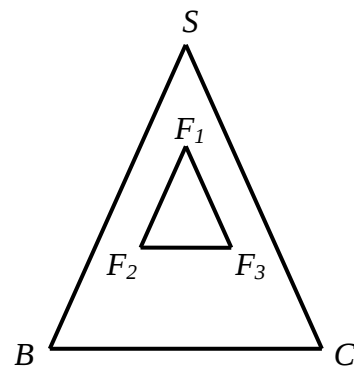
b) Die Ebene E_2 enthält den Punkt C und ist orthogonal zur Pyramidenkante \overline{AS} .

(1) Ermitteln Sie eine Gleichung der Ebene E_2 .

[Zur Kontrolle: $E_2 : -x_1 + x_2 + 2x_3 = 20$]

(2) Berechnen Sie den Abstand des Punktes B von der Ebene E_2 . (9 Punkte)

c) In die Seitenfläche BCS der Pyramide wird ein gleichschenkliges Dreieck $F_1F_2F_3$ mit den Eckpunkten $F_1(0|1|11)$ und $F_3(-1|2|9)$ und der Basis $\overline{F_2F_3}$ eingetragen. Die Seiten $\overline{F_1F_2}$ und $\overline{F_1F_3}$ verlaufen parallel zu den Pyramidenkanten \overline{SB} bzw. \overline{SC} (siehe nebenstehende Abbildung).



(1) Bestimmen Sie die Koordinaten des Eckpunktes F_2 und berechnen Sie den von den Seiten $\overline{F_1F_2}$ und $\overline{F_1F_3}$ eingeschlossenen Innenwinkel.

[Zur Kontrolle: $F_2(1|2|9)$]

(2) Ermitteln Sie den Abstand des Punktes $G(0|1,5|10)$ der Seitenfläche BCS der Pyramide von der Seite $\overline{F_2F_3}$ des Dreiecks $F_1F_2F_3$. (19 Punkte)

d) Der Punkt S^* bewegt sich auf der Geraden k mit der Gleichung

$$k: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \\ 13 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R}.$$

Zeigen Sie, dass die Gerade k parallel zur x_1 - x_2 -Ebene verläuft, und begründen Sie, dass sich das Volumen der Pyramide $ABCDS^*$ nicht ändert, wenn S^* sich längs der Geraden k bewegt. (7 Punkte)

Zugelassene Hilfsmittel:

- Wissenschaftlicher Taschenrechner (ohne oder mit Grafikfähigkeit)
- Mathematische Formelsammlung
- Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung