



Name: _____

Abiturprüfung 2010

Mathematik, Leistungskurs

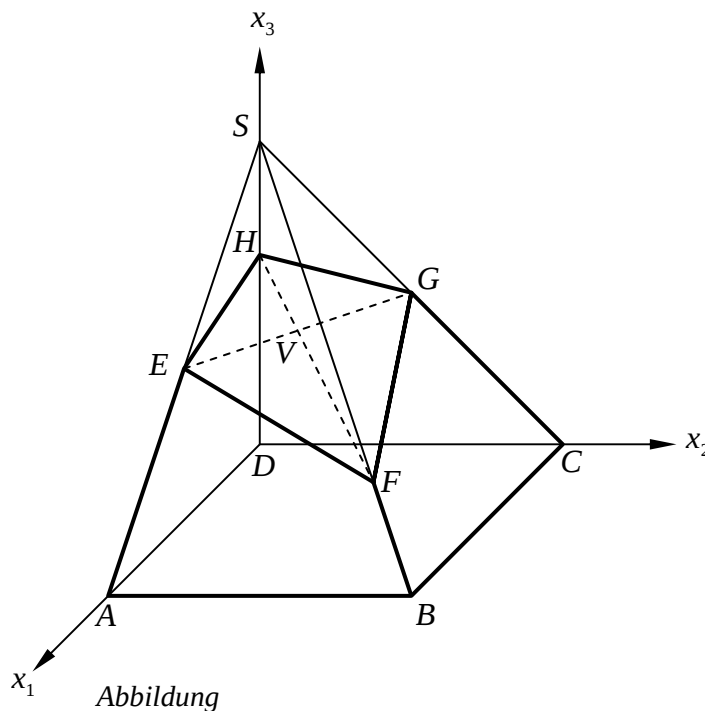
Aufgabenstellung:

Ein Designer erhält von einer Süßwarenfirma den Auftrag, eine neue Schachtel für ihre Schokolinsen zu entwerfen.

Der Entwurf sieht vor, dass die Schachtel Teil einer Pyramide mit quadratischer Grundfläche ist. Durch den Schnitt mit einer geeigneten Ebene entsteht als Schnittfläche die viereckige Deckfläche der Schachtel.

Im verwendeten kartesischen Koordinatensystem hat die Grundfläche der Pyramide die Eckpunkte $A(8|0|0)$, $B(8|8|0)$, $C(0|8|0)$, $D(0|0|0)$, ihre Spitze ist der Punkt $S(0|0|8)$. Die Schnittebene E_{EGH} wird festgelegt durch die Punkte $E(4|0|4)$, $G(0|4|4)$ und $H(0|0|5)$ (alle Angaben sind in cm).

Die Schachtel ist dann der Körper mit den Eckpunkten A, B, C, D, E, F, G, H .





Name: _____

- a) (1) *Geben Sie eine Parametergleichung der Ebene E_{EGH} an und bestimmen Sie eine Koordinatengleichung dieser Ebene.*

[Zur Kontrolle: $E_{EGH} : x_1 + x_2 + 4 \cdot x_3 = 20$]

- (2) *Das Viereck $EFGH$ bildet die Deckfläche der Schachtel.*

Bestimmen Sie die Koordinaten des Punktes F .

[Zur Kontrolle: $F(6|6|2)$]

- (3) *Prüfen Sie, ob die Deckfläche der Schachtel parallel zu ihrer Grundfläche ist.*

(14 Punkte)

- b) *Entlang der beiden Diagonalen der Deckfläche (Viereck $EFGH$) soll die Schachtel geöffnet werden können.*

- (1) *Zeigen Sie, dass die Diagonalen orthogonal sind.*

- (2) *Berechnen Sie die Länge der beiden Diagonalen und bestimmen Sie die Koordinaten ihres Schnittpunktes V .*

- (3) *Berechnen Sie den Flächeninhalt der Deckfläche.*

[Zur Kontrolle: Der Flächeninhalt beträgt ungefähr $25,5 \text{ cm}^2$.]

(13 Punkte)

- c) *Der Schnitt mit der Ebene E_{EGH} teilt die Pyramide $ABCDS$ in zwei Teile.*

- (1) *Berechnen Sie das Volumen der Pyramide $ABCDS$.*

- (2) *Das abgeschnittene obere Teilstück $EFGHS$ ist ebenfalls eine (schiefe) Pyramide.*

Ermitteln Sie das Volumen dieses Teilstücks und berechnen Sie das Volumen der Schachtel.

(9 Punkte)



Name: _____

d) Auf der Suche nach einer möglichst hübschen Formgebung wird der bisher betrachtete Entwurf der Schachtel (vgl. *Abbildung*) leicht abgewandelt. Dazu wird die Deckfläche und damit die Form der Schachtel folgendermaßen geändert: Die Punkte E und G werden beibehalten, der Punkt H jedoch auf der x_3 -Achse so verschoben, dass man die Punkte $H_a(0|0|a)$ mit $0 \leq a < 6$ erhält. Die Punkte E , G und H_a legen eine Ebene fest, deren Schnittpunkt mit der Geraden SB der Punkt $F_a \left(\frac{2a-16}{a-6} \mid \frac{2a-16}{a-6} \mid \frac{6a-32}{a-6} \right)$ ist.

- (1) Untersuchen Sie, welche Form die Deckfläche der Schachtel für $a = 4$ hat.
- (2) Um die in der *Abbildung* dargestellte Form der Schachtel nicht grundlegend zu ändern, sollen nur Werte von a , $0 \leq a < 6$, in Betracht kommen, für die der Punkt F_a auf der Strecke \overline{SB} liegt.

Ermitteln Sie diese Werte von a und interpretieren Sie das Ergebnis im Sachzusammenhang. (14 Punkte)

Zugelassene Hilfsmittel:

- Wissenschaftlicher Taschenrechner (ohne oder mit Grafikfähigkeit)
- Mathematische Formelsammlung
- Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung