



Name: \_\_\_\_\_

## Abiturprüfung 2011

### Mathematik, Leistungskurs

---

#### Aufgabenstellung:

In einem kartesischen Koordinatensystem sind die Punkte  $A(9|-4|-2)$ ,  $B(-3|8|-2)$ ,  $C(-3|-4|10)$ ,  $P(3|2|4)$  und  $Q(-2|-3|-1)$  gegeben.

- a) (1) Zeigen Sie rechnerisch, dass das Dreieck  $ABC$  gleichseitig ist.  
(2) Berechnen Sie eine Gleichung der Ebene  $E_{ABC}$ , die  $A$ ,  $B$  und  $C$  enthält, in Normalenform.  
[Zur Kontrolle:  $E_{ABC} : x_1 + x_2 + x_3 = 3$ ] (10 Punkte)

- b) Der Punkt  $S(1|0|2)$  ist der Schwerpunkt des Dreiecks  $ABC$ .  
Zeigen Sie, dass die Gerade  $g$ , die durch  $P$  und  $Q$  verläuft, die Ebene  $E_{ABC}$  in  $S$  senkrecht schneidet. (7 Punkte)

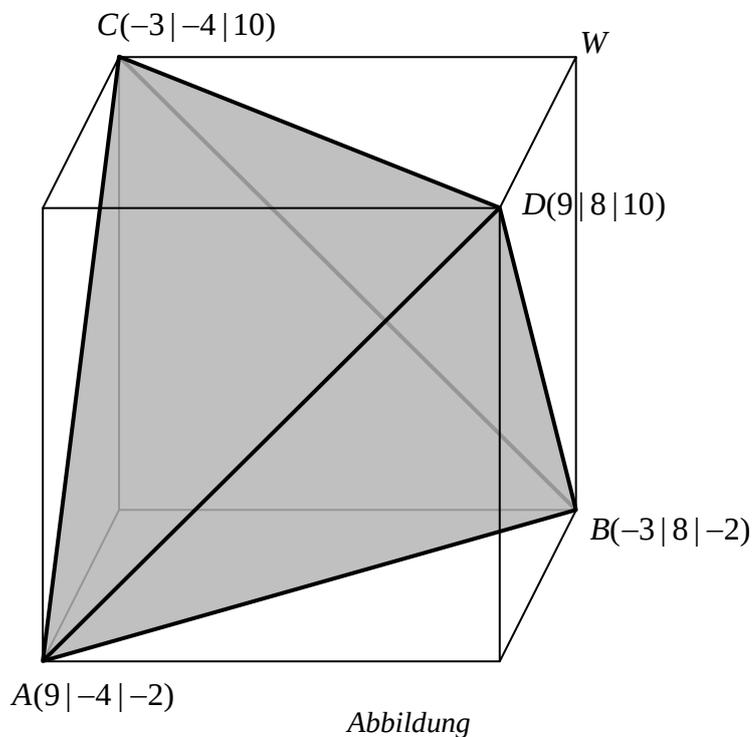
- c) Das Dreieck  $ABC$  soll Seitenfläche eines **regelmäßigen**<sup>1</sup> Tetraeders  $ABCD$  sein.  
(1) Bestimmen Sie die beiden Punkte der Geraden  $g$  aus Teilaufgabe b), die als vierter Eckpunkt  $D$  des Tetraeders  $ABCD$  in Frage kommen.  
Das regelmäßige Tetraeder  $ABCD$  mit  $D(9|8|10)$  als viertem Eckpunkt ist einem Würfel einbeschrieben, wie in der Abbildung auf Seite 2 dargestellt.  
(2) Berechnen Sie den Abstand des Punktes  $D$  von der Ebene  $E_{ABC}$  und das Volumen des Tetraeders  $ABCD$ .  
(3) Ermitteln Sie die Größe des Winkels, den die Dreiecke  $ABC$  und  $ABD$  einschließen. (16 Punkte)

---

<sup>1</sup> Alle vier Flächen eines **regelmäßigen** Tetraeders sind **gleichseitige** Dreiecke.



Name: \_\_\_\_\_



d) (1) *Ermitteln Sie die Koordinaten des Eckpunktes  $W$  des in der Abbildung dargestellten Würfels.*

[Zur Kontrolle:  $W(-3|8|10)$ ]

(2) *Geben Sie die Koordinaten der Mittelpunkte  $M_{AB}$ ,  $M_{BC}$ ,  $M_{CD}$  und  $M_{DA}$  der Strecken  $\overline{AB}$ ,  $\overline{BC}$ ,  $\overline{CD}$  und  $\overline{DA}$  an.*

(3) *Untersuchen Sie, welche speziellen Eigenschaften das Viereck  $M_{AB}M_{BC}M_{CD}M_{DA}$  besitzt.*

(4) *Der Punkt  $T(3|2|4)$  liegt im Viereck  $M_{AB}M_{BC}M_{CD}M_{DA}$ .*

*Ermitteln Sie den Abstand dieses Punktes  $T$  von der Kante  $\overline{AD}$  des Tetraeders.*

(17 Punkte)

**Zugelassene Hilfsmittel:**

- Wissenschaftlicher Taschenrechner (ohne oder mit Grafikfähigkeit)
- Mathematische Formelsammlung
- Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung