



Name: _____

Abiturprüfung 2011

Mathematik, Leistungskurs

Aufgabenstellung:

In einem kartesischen Koordinatensystem sind die Punkte $A(9|-4|-2)$, $B(-3|8|-2)$, $C(-3|-4|10)$, $P(3|2|4)$ und $Q(-2|-3|-1)$ gegeben.

- a) (1) Zeigen Sie rechnerisch, dass das Dreieck ABC gleichseitig ist.
(2) Berechnen Sie eine Gleichung der Ebene E_{ABC} , die A , B und C enthält, in Normalenform.
[Zur Kontrolle: $E_{ABC} : x_1 + x_2 + x_3 = 3$] (10 Punkte)

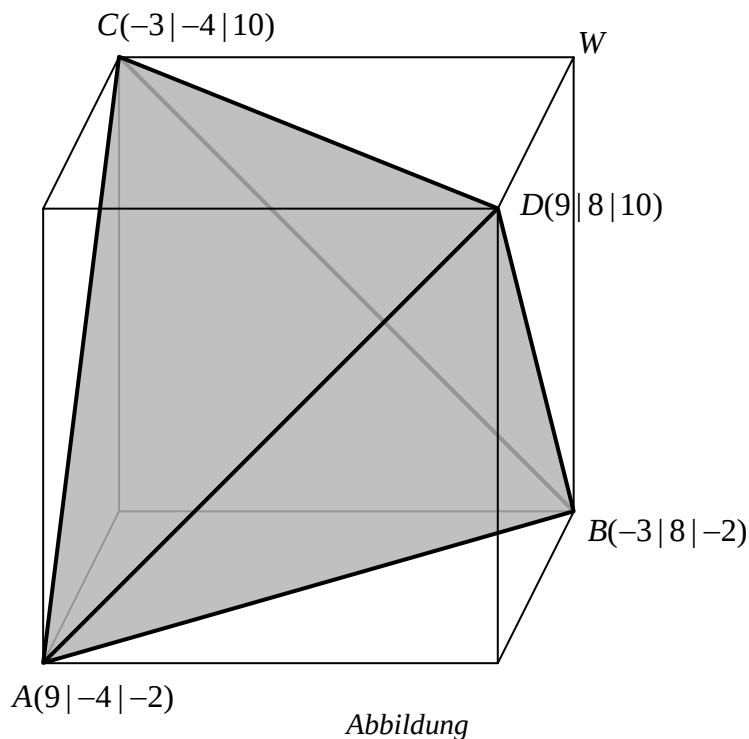
- b) Der Punkt $S(1|0|2)$ ist der Schwerpunkt des Dreiecks ABC .
Zeigen Sie, dass die Gerade g , die durch P und Q verläuft, die Ebene E_{ABC} in S senkrecht schneidet. (7 Punkte)

- c) Das Dreieck ABC soll Seitenfläche eines **regelmäßigen**¹ Tetraeders $ABCD$ sein.
(1) Bestimmen Sie die beiden Punkte der Geraden g aus Teilaufgabe b), die als vierter Eckpunkt D des Tetraeders $ABCD$ in Frage kommen.
Das regelmäßige Tetraeder $ABCD$ mit $D(9|8|10)$ als viertem Eckpunkt ist einem Würfel einbeschrieben, wie in der Abbildung auf Seite 2 dargestellt.
(2) Berechnen Sie den Abstand des Punktes D von der Ebene E_{ABC} und das Volumen des Tetraeders $ABCD$.
(3) Ermitteln Sie die Größe des Winkels, den die Dreiecke ABC und ABD einschließen. (16 Punkte)

¹ Alle vier Flächen eines **regelmäßigen** Tetraeders sind **gleichseitige** Dreiecke.



Name: _____



d) (1) *Ermitteln Sie die Koordinaten des Eckpunktes W des in der Abbildung dargestellten Würfels.*

[Zur Kontrolle: $W(-3|8|10)$]

(2) *Geben Sie die Koordinaten der Mittelpunkte M_{AB} , M_{BC} , M_{CD} und M_{DA} der Strecken \overline{AB} , \overline{BC} , \overline{CD} und \overline{DA} an.*

(3) *Untersuchen Sie, welche speziellen Eigenschaften das Viereck $M_{AB}M_{BC}M_{CD}M_{DA}$ besitzt.*

(4) *Der Punkt $T(3|2|4)$ liegt im Viereck $M_{AB}M_{BC}M_{CD}M_{DA}$.*

Ermitteln Sie den Abstand dieses Punktes T von der Kante \overline{AD} des Tetraeders.

(17 Punkte)

Zugelassene Hilfsmittel:

- Wissenschaftlicher Taschenrechner (ohne oder mit Grafikfähigkeit)
- Mathematische Formelsammlung
- Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung