



Name: _____

Abiturprüfung 2012

Mathematik, Leistungskurs

Aufgabenstellung:

Bei der Kunstaussstellung „Licht und Schatten“ ist in der Mitte der Ausstellungshalle eine gerade, 1 m hohe Pyramide mit quadratischer Grundfläche von 1 m Seitenlänge ausgestellt. Die Grundfläche der Pyramide befindet sich (gehalten von vier Stützen) einen Meter über dem Boden der Halle. Die quaderförmige Halle selbst ist 5 m hoch und hat eine quadratische Grundfläche von 9 m Seitenlänge.

In einem kartesischen Koordinatensystem mit Ursprung in einer Hallenecke und entlang der Hallenkanten verlaufenden Koordinatenachsen hat die Grundfläche der Pyramide die Eckpunkte $A(5|4|1)$, $B(5|5|1)$, $C(4|5|1)$ und $D(4|4|1)$.

Die Gegebenheiten sind in der **Abbildung auf Seite 3** dargestellt.

- a) (1) *Zeigen Sie, dass die Pyramidenspitze die Koordinaten $S(4,5|4,5|2)$ hat.*
(2) *Berechnen Sie die Seitenlängen des Dreiecks ABS .*
(3) *Bestimmen Sie das Volumen und den Oberflächeninhalt der Pyramide.*

(11 Punkte)

- b) *Ermitteln Sie, unter welchem Winkel die Seitenfläche ABS der Pyramide gegen ihre Grundfläche $ABCD$ geneigt ist.*

[Zur Kontrolle: $E_{ABS} : 2x + z = 11$]

(7 Punkte)



Name: _____

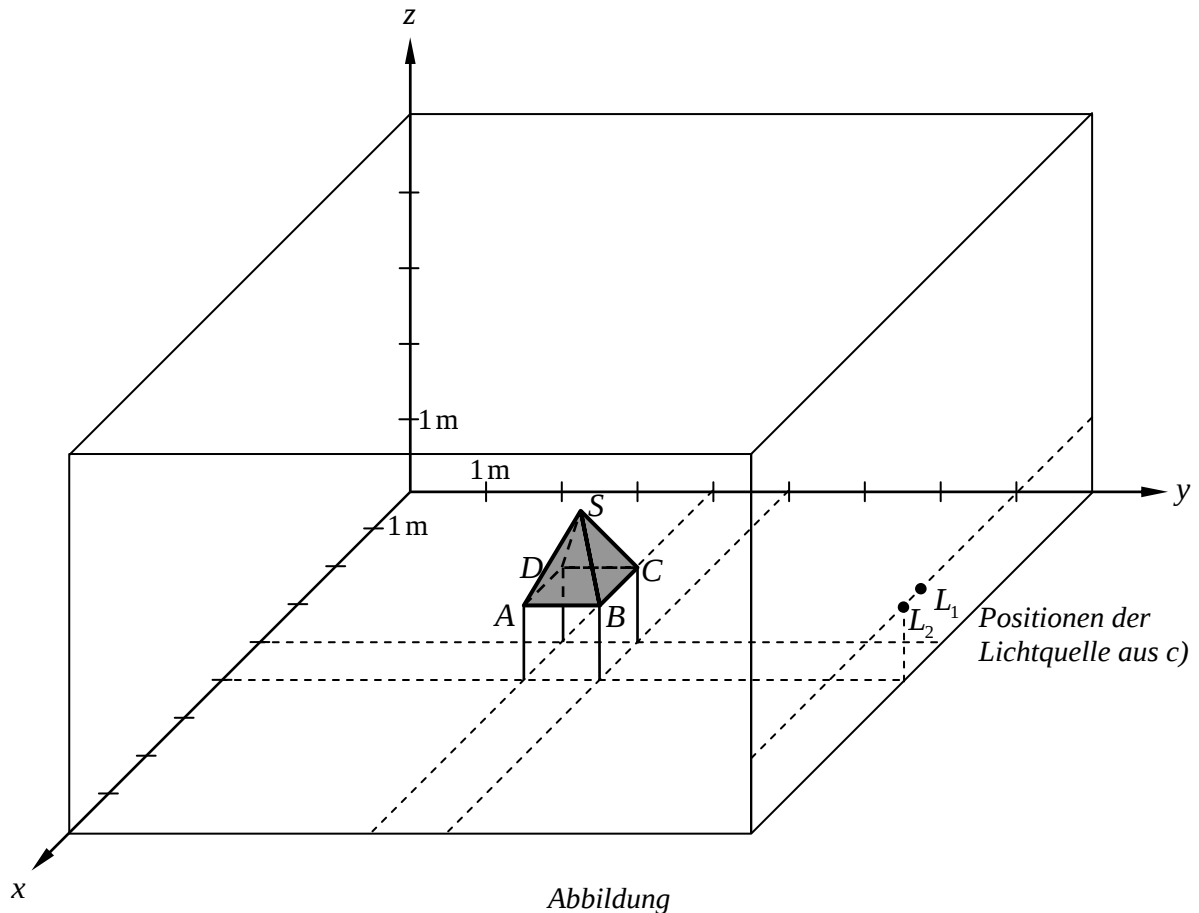
- c) Die Pyramide wird von einer an der rechten Hallenwand ($y = 9$) befestigten punktförmigen Lichtquelle angestrahlt (siehe *Abbildung*).
- (1) Die Lichtquelle befindet sich zuerst in der Position $L_1(4,5 | 9 | 1)$. Der Pyramidenschatten auf der gegenüberliegenden Hallenwand ($y = 0$) hat die Form eines Dreiecks. *Ermitteln Sie die Koordinaten der Eckpunkte dieses Schattendreiecks. Zeigen Sie, dass es sich um ein gleichschenkliges Dreieck handelt, und berechnen Sie seinen Flächeninhalt.*
 - (2) Die Lichtquelle wird nun in die Position $L_2(5 | 9 | 1)$ gebracht. *Beschreiben Sie ohne weitere Rechnung die Form des neuen Pyramidenschattens im Vergleich zum Schatten aus c) (1).*
- (12 Punkte)

Nachts werden die Kunstwerke in der Halle durch Laser-Lichtschranken gesichert.

- d) Einer der Laserstrahlen ist auf den Schnittpunkt M der Mittelsenkrechten des Dreiecks ABS gerichtet.
- (1) *Bestimmen Sie rechnerisch die Koordinaten von M .*
[Zur Kontrolle: $M(4,8 | 4,5 | 1,4)$]
 - (2) Der Laserstrahl trifft im Punkt M orthogonal auf die Seitenfläche ABS der Pyramide. *Ermitteln Sie die Koordinaten der Position P der zugehörigen Laser-Lichtquelle an einer der Hallenwände.*
- (13 Punkte)
- e) Eine zweite Laser-Lichtquelle befindet sich in der Position $Q(9 | 7 | 3)$. Ihr Laserstrahl ist auf den Punkt $R(1 | 3 | 0)$ gerichtet.
Zeigen Sie, dass dieser Laserstrahl die Seitenfläche BCS der Pyramide trifft.
- (7 Punkte)



Name: _____



Zugelassene Hilfsmittel:

- Wissenschaftlicher Taschenrechner (ohne oder mit Grafikfähigkeit)
- Mathematische Formelsammlung
- Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung