



Name: \_\_\_\_\_

## Abiturprüfung 2009

### Mathematik, Leistungskurs

---

#### Aufgabenstellung

Ein Unternehmen der Automobil-Zulieferindustrie produziert an einem Standort A elektronische Bauteile für Personenkraftwagen. Um seine Wirtschaftlichkeit zu erhöhen, möchte das Unternehmen einen Teil der 1200 Mitarbeiter, die in der Produktion arbeiten, langfristig in zwei andere Standorte B und C verlegen. Da diese Standorte attraktiver sind, finden sich dauerhaft genügend Freiwillige. Einige der nach Standort B und C versetzten Mitarbeiter sollen nach gewisser Zeit zurück zum Standort A kommen, um Wissenstransfer zu gewährleisten. Im Sinne einer langfristigen Personalentwicklungsplanung legt die Firma Quoten für den Wechsel der Standorte fest, die über mehrere Jahre stabil bleiben.

Das Unternehmen setzt daher folgende Übergangsmatrix  $M$  fest:

$$\begin{array}{l} \text{Von:} \\ \text{Nach:} \end{array} \begin{array}{l} A \\ B \\ C \end{array} \begin{array}{l} A \\ B \\ C \end{array} M = \begin{pmatrix} 0,7 & 0,1 & 0,1 \\ 0,2 & 0,85 & 0 \\ 0,1 & 0,05 & 0,9 \end{pmatrix}$$

a) Stellen Sie die Entwicklung der Mitarbeiterzahlen in einem Übergangendiagramm dar und erklären Sie am Beispiel einer Zeile und einer Spalte von  $M$ , wie sich die Mitarbeiterzahlen innerhalb eines Jahres entwickeln werden. (8 Punkte)

b) Zu Beginn arbeiten sämtliche 1200 Mitarbeiter am Standort A.

Berechnen Sie die Verteilung auf die Standorte A, B und C nach einem und nach zwei Jahren. (6 Punkte)



Name: \_\_\_\_\_

- c) Berechnen Sie  $M^2$  und interpretieren Sie die Koeffizienten dieser Matrix im Anwendungszusammenhang. (7 Punkte)

d) Es gilt:  $M^{10} = \begin{pmatrix} 0,255 & 0,249 & 0,248 \\ 0,382 & 0,426 & 0,230 \\ 0,363 & 0,325 & 0,522 \end{pmatrix}$ .

Interpretieren Sie die Bedeutung dieser Matrix bezüglich der Entwicklung der Mitarbeiterzahlen der Standorte A, B und C im Unternehmen. (7 Punkte)

- e) Untersuchen Sie, ob es eine Verteilung mit insgesamt 1200 Angestellten gibt, die im nächsten Jahr gleich bleibt. Falls ja, geben Sie diese Verteilung an. (9 Punkte)

- f) Das Unternehmen möchte aus Gründen der Wirtschaftlichkeit erreichen, dass nach 2 Jahren nur noch 500 Mitarbeiter am Standort A arbeiten. Zu diesem Zweck möchte das Unternehmen die Übergangsquote von A nach C erhöhen und den Verbleib bei A entsprechend absenken. Die übrigen Übergangsquoten mögen unverändert bleiben.

Bestimmen Sie diese Übergangsquote  $a$ , so dass aus einer Anfangsverteilung mit 1200 Mitarbeitern, die alle am Standort A arbeiten, nach zwei Jahren noch 500 Mitarbeiter im Standort A arbeiten. (13 Punkte)

### Zugelassene Hilfsmittel:

- Wissenschaftlicher Taschenrechner (ohne oder mit Grafikfähigkeit)
- Mathematische Formelsammlung
- Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung
- Muttersprachliches Wörterbuch für Studierende, deren Muttersprache nicht Deutsch ist